

الفصل الثالث : حيد المنطق

في هذا الفصل سوف نتكفي بالعرف عن حيد المنطق وحيد العبارات والمنطق هنا ثنائي القيمة والذي هو أحد المنطقين الهامين لحد بول الذي أصبح أساساً في قواعد الحاسوب والمنطقيات والبراهين ومنه بناء الحاسبات الآلية ولكي يت البراهين لها ومنه تطوير العلوم الرياضية بسهولة عامة.

* العبارات المنطقية القضايا
تدبرها: هي صيغة خبرية تهريرات تحمل معنى صواباً
صحيح أو خطأ

تدبر للقضايا عادة t, s, r, q, p

مثال: بين أي من العبارات الآتية منطقيات ؟

- 1- الأربعة كروية عبارة منطقية
- 2- السخنة مشرق عند ليست منطقية أو عبارة منطقية
- 3- اذهب إلى البيت، كالمسألة مع السلامة انقصة صدى كطور المسدسات ليست منطقية لأنها ليست صيغة خبرية
- 4- 1-2 عبارة منطقية فاطمة
- 5- العدد الصحيح m هو عدد أولي فصيحة منطقية
- 6- عمار ولد في ليست منطقية
- 7- عدد صحيح أو $x+5 > 0$ صيغة منطقية وعندما x فصيحة تفرع العبارة منطقية

* أدوات الربط المنطقية:

- 1- أداة النفي \neg أو \sim p, p'
- 2- أداة الربط الوصل "و" \wedge أو العطف $p \wedge q$
"تقرأ: p و q "
- 3- أداة الفصل "أو" \vee $p \vee q$



* التوابع المنطقية أو الأشكال العبارانية:
 ان العبارة $p \wedge q$ تمثل عبارة منطقية ذات معاني عديدة لما أن p, q تحت "متغيرات منطقية"
 وتحت العبارة $p \vee q$ "شكلًا عبارانيًا أو تابعًا منطقيًا".
 يعرف الشكل العباراني للتابع المنطقي //

هو عبارة مكونة من متغيرات منطقية وأدوات
 الربط بينها فمثلاً $p \vee q$ ، $p \wedge (q \vee r)$
 إذا كانت $w = f(p, q, r)$ شكلًا عبارانيًا فإن w تابعًا منطقيًا
 الحقيقة مع أو فلا بعد أن يأخذ كل متغير قيمته الحقيقية

مثال:
 لنفرض p, q, r متغيرات منطقية وليكن الشكل العباراني
 الآتي $(p \vee q) \wedge (r \vee p)$
 $p + q \cdot r$ (4) $p \cdot (q + r)$ (3) $q + r$ (2) $q \cdot r$ (1)
 $p \cdot r + q \cdot r$ (5)

وبفرض أن p, q, r قيمتان r فالحقيقة عند هاجر
 مع الحقيقة للأشكال المعطيات سابقا.

الحل:
 (1) فلا (2) مع (3) مع (4) مع (5) فلا

جدول الحقيقة للأشكال العبارانية

بما أن كل متغير يمكن أن يأخذ قيمتين فقط إما مع أو فلا
 عندئذ نستطيع تلخيص جدول الحقيقة حسب عدد المتغيرات
 2^n : متغير واحد $2^2 = 2$

p	$p = \neg p$
1	0
0	1



201 / /

التاريخ

الموضوع

متغيرين $2^2 = 4$ → هذا الأخير يبدأ من 4

3 متغيرات $2^3 = 8$

4 متغيرات $2^4 = 16$

5 متغيرات $2^5 = 32$

مثال: أكتب جدول الحقيقة لـ

متغيرين $2^2 = 4$

الحل:

p	q	p+q	p.q
1	1	1	1
1	0	1	0
0	1	1	0
0	0	0	0

مثال: أكتب جدول الحقيقة لـ

من الأشكال العارضية الآتية

(1) $p' + q$ (2) $pq + q'r$ (3) $p'q'r + pq'r'$

p	q	r	p'	q'	r'	p'q	q'r	pq+q'r
1	1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1	0	0	0

p	q	p'	p'+q
1	1	0	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	1

p	p'	q	q'	r	r'	$p'q'r$	pqr'	$p'q'r + pqr'$
1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	0	0	0	0

نقد لو

ليكن $U = U(p_1, \dots, p_n)$ و $V = V(q_1, \dots, q_m)$ بتا بعين متعلقين
عندئذ ان المتباركين هما U متكافئان منطقيا او متساويان
ان ان نت في الحقيقة لهما صفا بقاء في جدول الـ 16

مثال:

برهن ان $p \cdot (q+r) = (p+q) \cdot r$ او الـ 16

$$1 - p \cdot q' = (p' + q)'$$

$$2 - p \cdot (q+r) = p + q \cdot r \quad \text{بين هل}$$

$$3 - p \cdot (q+r) = p \cdot q + p \cdot r \quad \text{برهن ان}$$

p	q	p'	q'	$p \cdot q'$	$p+q$	$(p+q)'$
1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	0

$$2^2 = 4$$

الجدول

11

$$p \cdot q' = (p' + q)'$$

ان



p	q	r	$q+r$	$p(q+r)$	qr	$p+qr$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

١٢

غير متماثل

(٣) تدرية للبيت

المجموع أو المقابلة

$$p \oplus q$$

تدريجها ب (+)

إذا كانت p و q عبارتين منطقيتين ولقد عرفنا ذلك الدليلب (+) بين العبارتين p, q

$$p \oplus q = pq' + p'q$$

بالعبارة
 إن $p \oplus q$ تعني p أو q وليس كلاهما لذلك \oplus تدعى أو
 المقابلة

مثال

ارسم جدول الحقيقة لـ $p \oplus q$

p	q	$p \oplus q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0



تقديم: الكتب هي دل تبيين فيك ان

$$p \oplus q = p \cdot q' + p' \cdot q \quad (1)$$

$$p \oplus q = (p + q) \cdot (p \cdot q)' \quad (2)$$

- اذا اردنا للعبارة الصحيحة (1) والمبار 8. الخاطئة بالرصد (5) فان يجب باستخدام اول الحقيقت ان صيغته جميع المبارات المنطقية. E تحت العليقة الثانية + ... والمعلية الاحاديث المتخالفه جميع الشروط (المبار 5) من 1 الى 5 الوارده في تعريفه بول حقيقت اي ان (1, 0, 0, 0, 0) E تشكل بول نسيت حيد بول للقضايا المنطقية

* أدوات الريم الشرطية

(1) أداة الريم أحادية الجانب: \leftarrow (إذا لآت جان)

$$\begin{array}{c} p \Rightarrow q \\ \text{نتيجة} \quad \text{فرضية} \end{array}$$

$p \Rightarrow q$ صيغته في جميع الحالات ما عدا حالة واحدة فقط

عندما يكون p صحيحة و q خاطئة $p \Rightarrow q$ خاطئة

ستعبر عن ذلك الحقيقة

p	q	$p \Rightarrow q$	$p' + q$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	1

$$p \Rightarrow q = p' + q$$

ملاحظة

$$(p \Rightarrow q)' = (p' + q)' = p \cdot q'$$

حسبه دوطور فان

$$\bigwedge (p \Rightarrow q) = p \cdot q' \quad \text{أي}$$

2. أداة الربط ثنائية الجانب \Leftrightarrow (إذا وفقط إذا) \Leftrightarrow
 $p \Leftrightarrow q = (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

$$p \Leftrightarrow q = (p' + q)(q' + p)$$

ان.

$$p \Leftrightarrow q = p'q' + pq = (p \oplus q)'$$

صحيح أو المتغير.

$$p \Leftrightarrow q = (p \oplus q)'$$

* الاستدلال (التوثيق) والتناقض:

نسب الشكك العبارتين استدلالاً (توثيقاً) إذا كانت قيمتي الحقيقة في جدول الحقيقة جميعها 1 لعلمنا النظر عن المتغيرات البرية.

سحب الشكك العبارتين تناقضاً إذا كانت قيمتي الحقيقة في جدول الحقيقة أحدهما 0.

مثال:

نبت فيما إذا كان الشكك العبارتين استدلالاً أو تناقضاً أو غير ذلك:

$$(p + q') \Rightarrow p.q \quad (1)$$

(بعض الاستدلال الجيد)

$$(p \Rightarrow q)(q \Rightarrow p') \quad (2)$$

$$(p \Rightarrow q) + (q \Rightarrow p) \quad (3)$$

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p + q) \quad (4)$$

الخلاصة:

$$\begin{aligned} (p + q') \Rightarrow p.q &= (p + q')' + p.q \\ &= p'.q + p.q = q(p' + p) \\ &= q(1) = q \end{aligned} \quad (1)$$

ليست استدلال وليست تناقض



201 / /

التاريخ

الموضوع $p \cdot p' = p$ من جدول

$$(p \Rightarrow q)(q \Rightarrow p) = (p' + q)(q' + p') = p'q' + \underbrace{p' + q}_{0} + q.p' \quad (2)$$

$$= p'q' + p' + q.p' = p'(q' + 1 + q) = p'$$

 $q + q' = 1$

ليست استلزام وليست تناقض

$$(p \Rightarrow q) + (q \Rightarrow p) = (p' + q) + (q' + p) \quad (3)$$

$$= p + p + q + q' = 1 + 1 = 1$$

استلزام
تأليف الجملتين باستلزام الجملتين

$$(p \Rightarrow q)' \cdot (q \Rightarrow p)' = 0 \quad (\text{تناقض})$$

وتأكد من ذلك باستلزام الجملتين